

PROGRAMACION CONCURRENTE Y DISTRIBUIDA

V.2 Redes de Petri: Análisis y validación.



J.M. Drake

Notas:

Capacidad de modelado y capacidad de análisis

- ⌘ El éxito de un método de modelado es consecuencia de su capacidad de modelar y de la capacidad de análisis:
 - **Capacidad de modelado** es la capacidad de describir de forma sencilla el comportamiento de sistemas complejos sobre los que tenemos interés.
 - **Capacidad de análisis** es la capacidad de deducir características y propiedades cualitativas y cuantitativas del sistema a partir del estudio del modelo.
- ⌘ La complejidad de los actuales sistemas, requieren que entre la fase de concepción o diseño y la fase de realización, se introduzca una fase de modelado y análisis del modelo que garantice no pasar a la fase de realización sobre un diseño erróneo.

Notas:

Validación y verificación funcional.

⌘ **Validación o análisis de validez:** Determina si el modelo cumple una serie de propiedades que caracteriza su buen funcionamiento:

- Ausencia de bloqueos
- Finitud del espacio de estados.
- Ausencia de conflictos
-

⌘ **Verificación:** Se determina a través del modelo si el sistema satisface la especificación previamente definida.

Requiere una definición formalizada de la la semántica y significado de cada operación elemental, para poder comprobar los requisitos propuesto para el sistema.

Notas:

Propiedades básicas de un sistema concurrente

- # **Vivacidad:** permite que ciertas operaciones siempre tienen posibilidad de ser ejecutadas
- # **Ausencia de bloqueos:** El sistema siempre tiene capacidad de seguir evolucionando
- # **Finitud del espacio de estados:** Que garantiza su implementación con una cantidad limitada de recursos.
- # **Conflictividad:** Define los niveles de ambigüedad en la evolución del sistema
- # **Exclusión mutua:** Permite garantizar que ciertas situaciones no pueden ser alcanzadas simultáneamente.

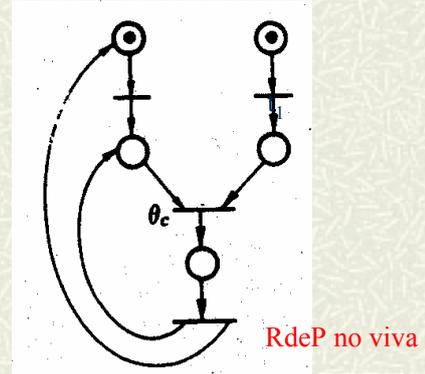
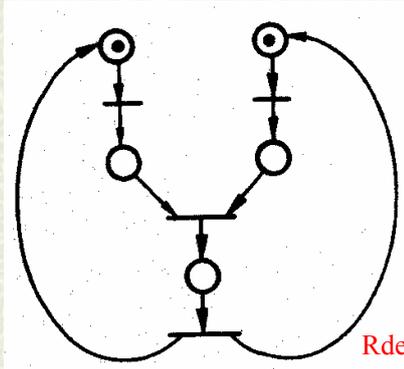
Notas:

Vivacidad

- Una transición t es viva para un marcado inicial M_0 si, y solo si, partiendo de cualquier marcado M sucesor de M_0 , existe una secuencia de disparos σ que comprenda a t .

$$\forall M \in M(R, M_0) \quad \exists \sigma : M \xrightarrow{\sigma} M' \text{ tal que } t \in \sigma$$

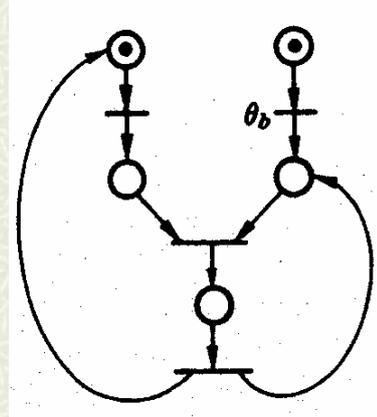
- Una RdeP es viva si y solo si todas sus transiciones son vivas para M_0 .



Notas:

RdeP parcialmente viva

- Una RdeP es **libre de bloqueos** para el marcado inicial M_0 , si y sólo si, para cualquier marcado M alcanzable desde M_0 , existe al menos una transición activada
- Una red viva no presenta nunca bloqueo.
- Una red sin bloqueos puede ser no viva, y entonces es parcialmente viva .
- Una RdeP es **parcialmente viva** para el marcado inicial M_0 si y sólo si para cualquier marcado M alcanzable desde M_0 existe al menos una transición viva y otra no viva.
- Una RdeP es **estructuralmente viva** si si existe al menos un marcado inicial M_0 para el que la RdeP es viva.



RdeP parcialmente viva

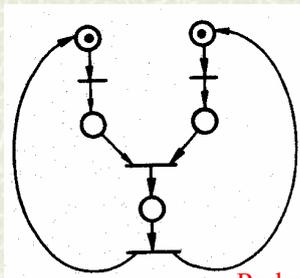
Notas:

Ciclicidad

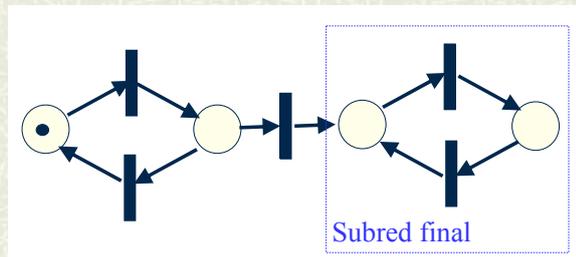
- Una RdeP posee un comportamiento globalmente cíclico para el marcado inicial M_0 , si y solo si, existe una secuencia de disparos que permita alcanzar el marcado inicial M_0 , a partir de cualquier marcado M alcanzable desde M_0 .

$$\forall M \in M(R, M_0) \quad \exists \sigma \text{ tal que } M \xrightarrow{\sigma} M_0$$

- La ciclicidad garantiza que no existe subconjuntos finales de marcados, que contenga conjuntos de marcados mutuamente alcanzables entre sí, y de los que no es posible alcanzar el estado inicial M_0 .



Red cíclica



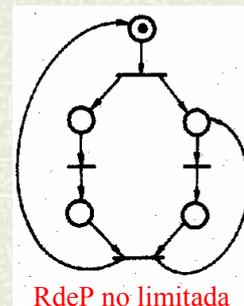
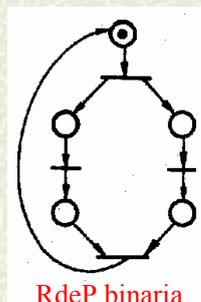
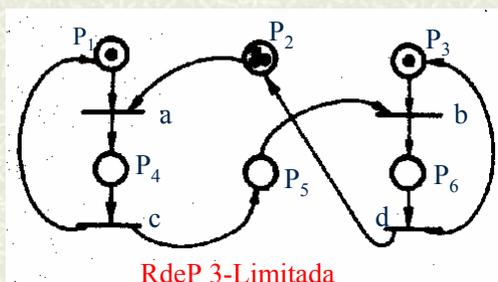
Notas:

Redes limitadas

- ✚ Una plaza p es K -limitada para el marcado inicial M_0 si y solo existe un número entero K , talque $M(p) \leq K$ para cualquier marcado alcanzable desde M_0 .
- ✚ Se denomina limite de la plaza p al menor entero k que verifica la desigualdad anterior.
- ✚ Una RdeP es K -limitada para M_0 , si y solo si todas sus plazas son k -limitadas para M_0 .
- ✚ Una red 1-limitada se denomina red binaria.
- ✚ El interes de las k -limitación de una red es que garantiza la finitud de sus marcados alcanzables.
- ✚ Desde un punto de vista práctico una red k -limitada puede implementarse con un conjunto de recursos finitos.

Notas:

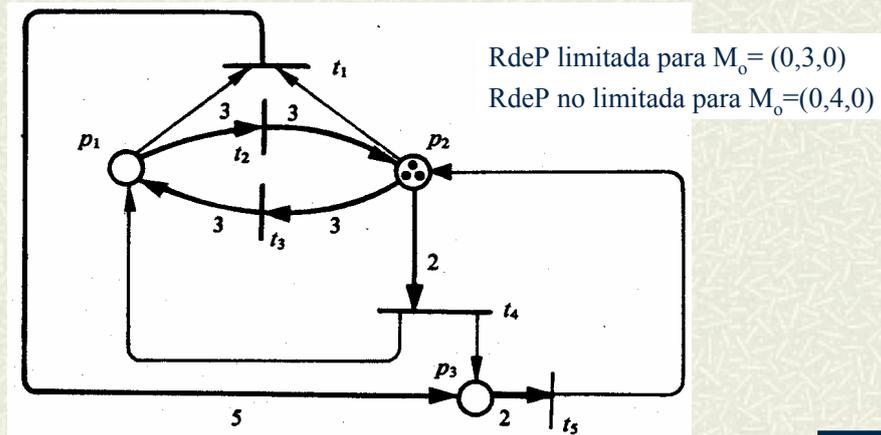
Ejemplos de RdeP k-limitadas



Notas:

RdeP estructuralmente limitada

- Una RdeP es **estructuralmente limitada** si es limitada para cualquier marcado inicial y finito.
- La limitación estructural es una **condición suficiente** para la limitación, pero la limitación estructural no es una **condición necesaria** para la limitación.

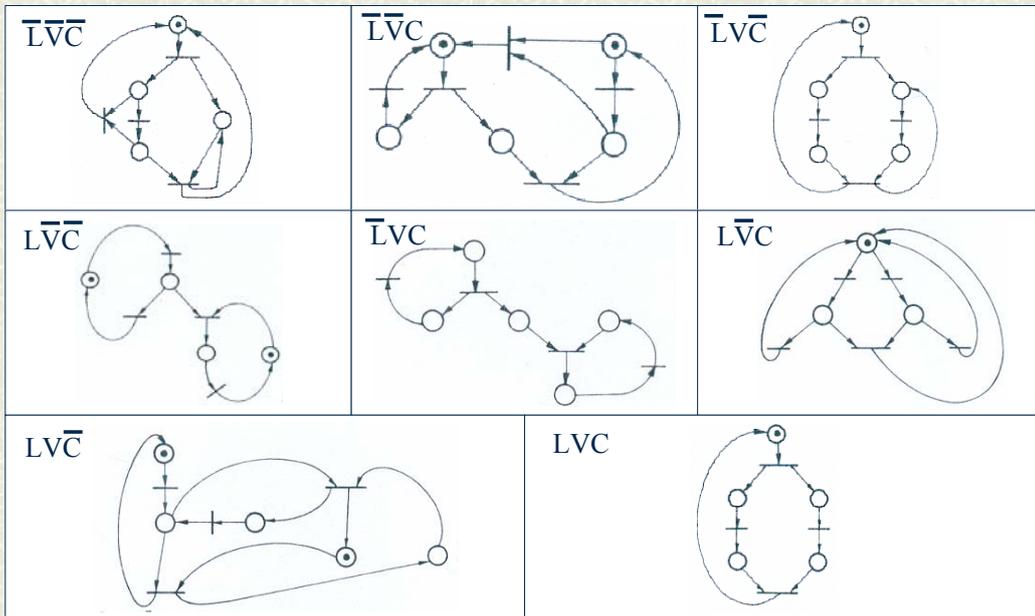


Procodis'08: V.2- Análisis y validación de redes de Petri José M. Drake

10

Notas:

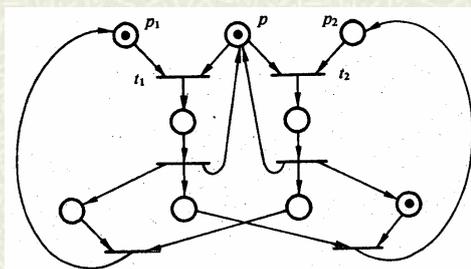
La limitación, vivacidad y ciclicidad son independientes



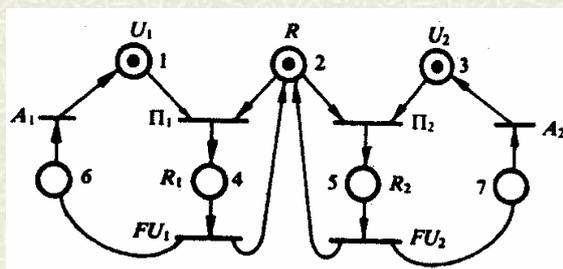
Notas:

Conflictividad

- Una RdeP tiene un conflicto estructural si en ella existe una plaza que tenga mas de una transición de salida.
- Dos transiciones t_i y t_j están en conflicto efectivo para un marcado inicial M_0 , si y sólo si:
 - Existe un $M \in M(R, M_0)$ que sensibiliza t_i y t_j .
 - Al disparar t_i (o t_j) el marcado que resulta no sensibiliza la transición t_j (o t_i en su caso).
- La existencia de un conflicto efectivo representa una ambigüedad en la evolución del sistema.



Conflicto estructural sin conflicto efectivo



Conflicto estructural y conflicto efectivo

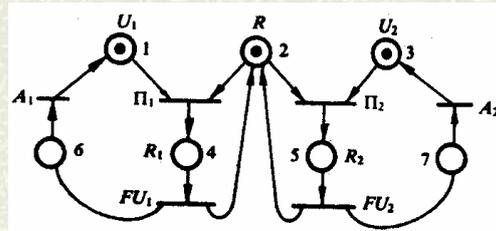
Notas:

Exclusión mutua

- # Dos plazas de una RdeP están en exclusión mutua para un marcado inicial M_0 , sin en ningún marcado $M \in M(R, M_0)$ pueden tener testigos simultáneamente.

Una aplicación típica de lugares con exclusión mutua es el modelado de recursos compartidos por múltiples usuarios.

- R Recurso disponible
- R_1 recurso tomado por Π_1
- R_2 recurso tomado por Π_2

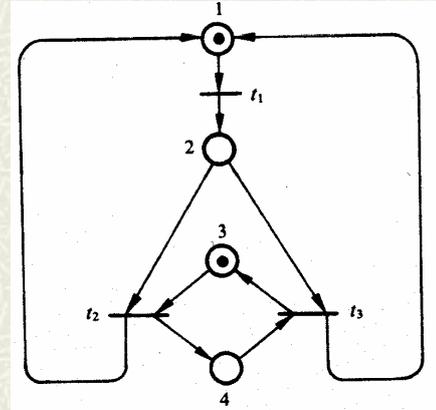


Notas:

Relaciones de sincronización

- Sea la red marcada $\langle R, M_0 \rangle$ y sea $L(R, M_0)$ el conjunto de todas las secuencias de disparo de transiciones aplicables.
- Sea $\bar{\sigma}(t_i)$ el número de disparos en la transición t_i en la secuencia de disparo $s \in L(R, M_0)$.
- Se define el avance sincrónico de la transición t_i respecto de la transición t_j en la red marcada $\langle R, M_0 \rangle$ como el valor máximo que considerando todas las secuencias de disparo posible, pueden tomar la diferencia entre el número de disparo de t_i y el de t_j :

$$AV((R, M_0; t_i, t_j)) = \max_{\sigma \in L(R, M_0)} [\bar{\sigma}(t_i) - \bar{\sigma}(t_j)]$$



$$AV(R, M_0; t_1, t_2) = \infty$$

$$AV(R, M_0; t_2, t_3) = 1$$

Notas:

Métodos de análisis de propiedades de RdeP

≡ Métodos estáticos: Conducen a resultados exactos

- **Análisis por enumeración:** Se basan en la construcción de los grafos de alcanzabilidad que representa los marcados y las secuencias de disparo.
- **Análisis por transformación:** Se basa en transformar la red en otra mas sencilla que mantenga las mismas propiedades pero sea mas facil de analizar.
- **Análisis estructural:** Permite obtener propiedades de la red en función de la topología de la red y con independencia de los marcados.

≡ Métodos dinámicos: No muestran propiedades, permiten conocer la propiedades con niveles de confianza.

- **Análisis por simulación:** Se basa en deducir la evolución de la RdeP utilizando herramientas que la simulan. Es muy utilizado en redes especiales (temporizadas, probabilísticas, coloreadas, etc.) para las que no existen técnicas de análisis exactas

Notas:

Grafo de alcanzabilidad

⚡ Es el grafo en el que cada nudo representa un marcado alcanzable a partir de M_0 , y cada arco el disparo de una transición.

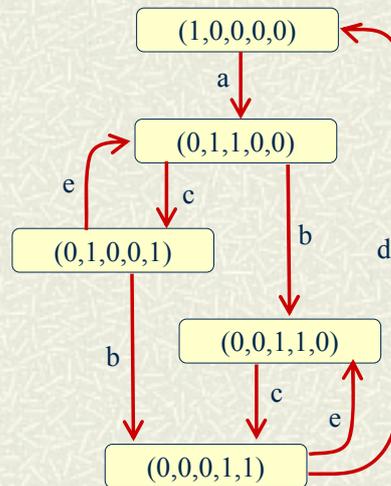
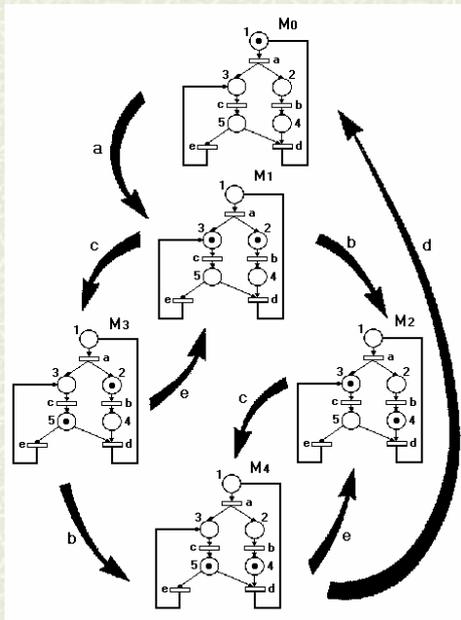
Se representa un arco etiquetado con t_k , que va del nudo M_i al nudo M_j , si al disparar la transición t_k con el marcado M_i se obtiene el marcado M_j .

⚡ Si la RdeP es limitada y viva el proceso de construcción del grafo de alcanzabilidad es elemental. Culmina cuando se han considerado todas las evoluciones posibles a partir de los marcados alcanzables.

⚡ Si RdeP es no limitada se utilizan el grafo de cobertura

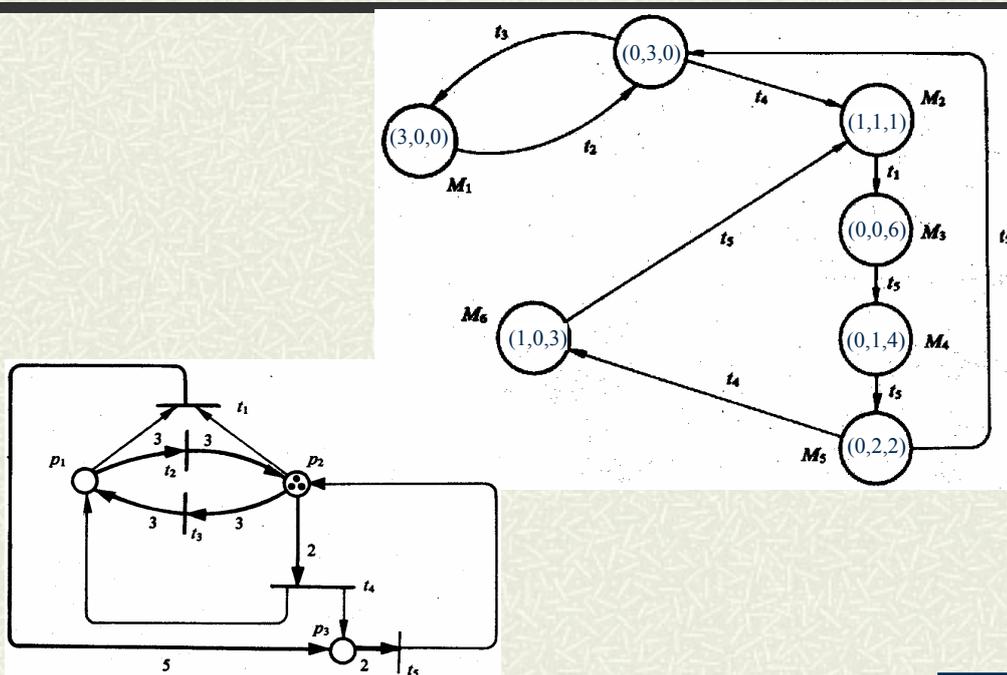
Notas:

Grafo de alcanzabilidad



Notas:

Ejemplo de grafo de marcado



Procodis'08: V.2- Análisis y validación de redes de Petri José M. Drake

18

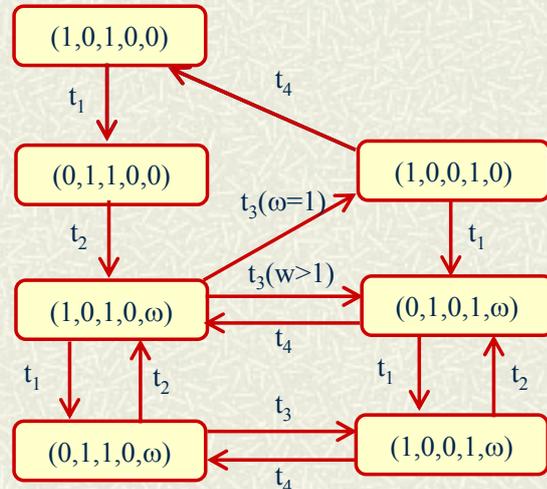
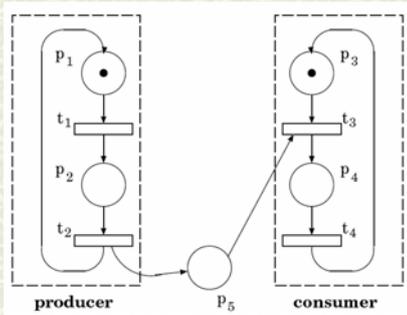
Notas:

Grafo de cobertura

- ⌘ Consiste en un grafo finito que describe la evolución de una RdeP que no es limitada, y que en consecuencia, no puede describirse por su grafo de marcados que es infinito.
- ⌘ Se basa en construir el grafo de marcados, y colapsar en un único marcado genérico, todos aquellos que tienen la misma evolución futura, aunque se diferencien porque el número de testigos en ciertas plazas es diferentes en ellos.
- ⌘ Se utiliza el símbolo ω para representar que el marcado de una plaza es un entero arbitrariamente alto, cuyo valor concreto no afecta a la evolución de la RdeP.
- ⌘ Existe un algoritmo sistemático de generación del árbol de cobertura. Su aplicación permite determinar si una RdeP es acotada o no.

Notas:

Grafo de cobertura de Productor-Consumidor



Notas:

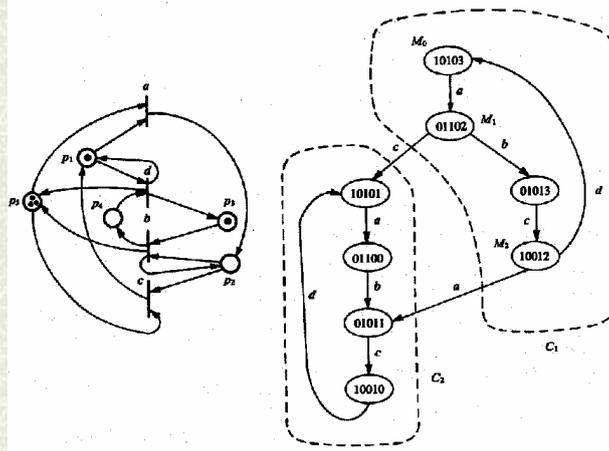
Propiedades del grafo de cobertura

- # El grafo de cobertura de cualquier RdeP marcada es finito.
- # Existe un método sistemático que permite obtener el grafo de cobertura de cualquier RdeP marcada.
- # Si en algún nudo del grafo de cobertura aparece un marcado ω para una plaza, la plaza es ilimitada.
- # Si en cualquier nudo del grafo de cobertura aparece un ω en cualquier plaza, la RdeP es no acotada.

Notas:

Vivacidad y grafo de marcado

- Una RdeP es viva si y sólo si su grafo de marcados satisface las propiedades:
 - No existe nudo terminal: esto es, no hay ningún marcado que no sensibilice ninguna transición.
 - De cada estado parte un camino que contiene a cualquier transición de la RdeP.



Procodis'08: V.2- Análisis y validación de redes de Petri José M. Drake

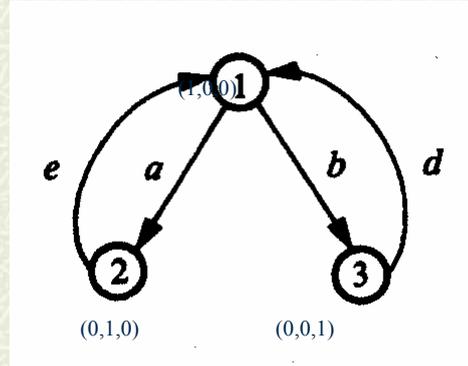
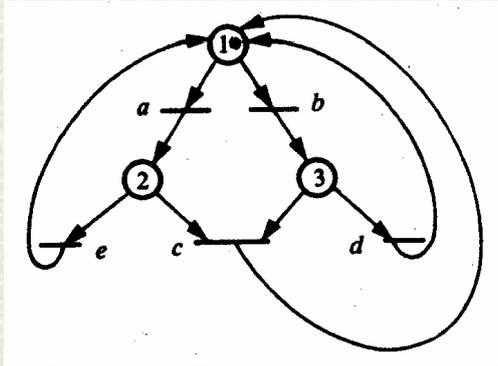
23

Notas:

Análisis de ciclicidad

- Una RdeP limitada para M_0 es cíclica si y sólo si el grafo de alcanzabilidad es fuertemente conexo.

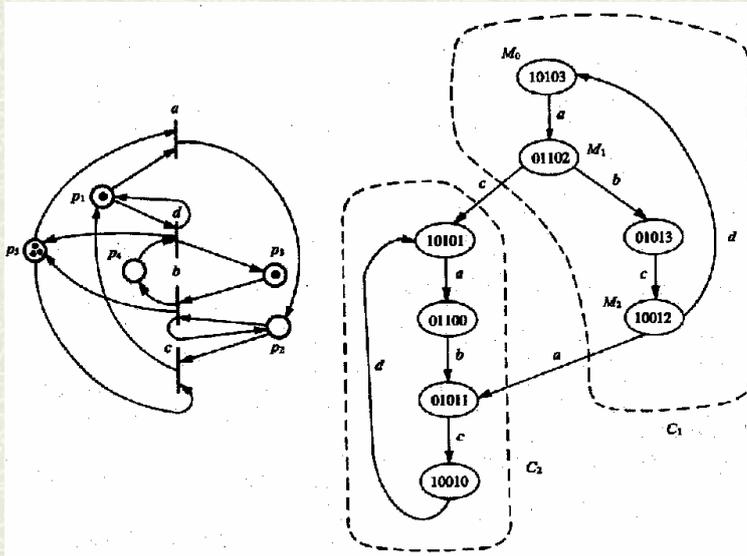
Un grafo fuertemente conexo es aquel que entre dos marcados hay siempre un camino



Notas:

Análisis de conflictividad

- Los conflictos aparecen como opciones diferentes de evolución de la red a partir de un mismo marcado.



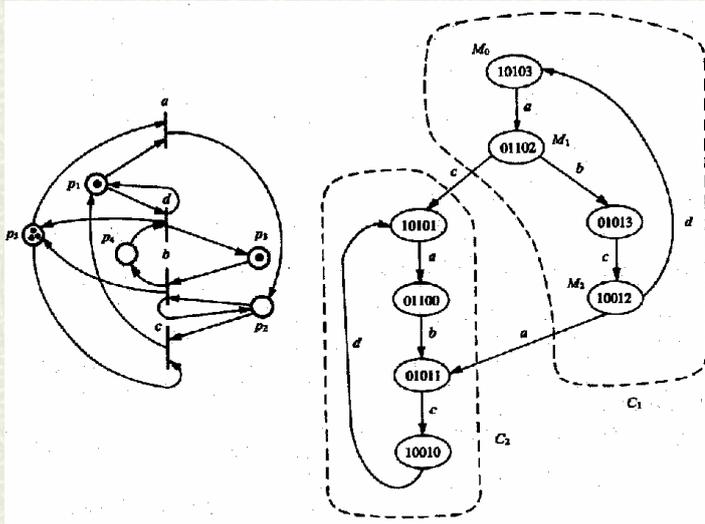
Conflictos:

- En M_1 existen conflicto entre b y c.
- En M_2 existen conflicto entre a y d.

Notas:

Análisis de la k-limitación

Se deduce de la simple inspección de los marcados alcanzables.



$$M(p_1) \leq 1$$

$$M(p_2) \leq 1$$

$$M(p_3) \leq 1$$

$$M(p_4) \leq 1$$

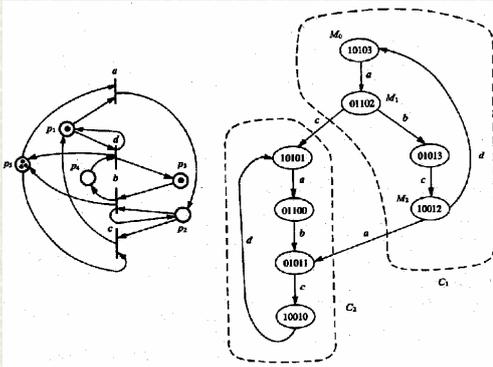
$$M(p_5) \leq 3$$

La RdeP es 3-limitada

Notas:

Análisis de exclusiones mutuas

Se puede establecer utilizando una tabla de incompatibilidades



P2	—			
P3	(10103) (10101)	(01100) (01102)		
P4	(10012) (10010)	(01011) (01013)	—	
P5	(10103) (10101) (10012)	(01011) (01002) (01013)	(10103) (01102) (10101)	(01011) (01013) (10012)
	P1	P2	P3	P4

Notas: