PROGRAMACION CONCURRENTE Y DISTRIBUIDA

V.1 Redes de Petri: Descripción de sistemas concurrentes.

J.M. Drake

Notas:

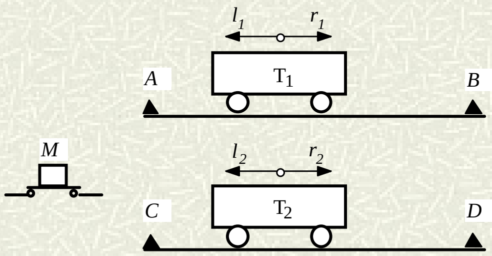
Redes de Petri

- Las redes de Petri (PN) (C.A. Petri, 1962) son una herramienta de modelado muy efectiva para la representación y el análisis de procesos concurrentes.
- Su éxito se debe básicamente a la simplicidad de su mecanismo básico, si bien, la representación de grandes sistemas es costosa.
- Numerosos autores han extendido el modelo básico:
  - Redes de Petri Temporizadas o Timed Petri Nets: Introduciendo el concepto de tiempo, para modelar el comportamiento temporal de los sistemas dinámicos.
  - Red de Petri Estocástica (Stochastic Petri Net, SPN): Se especifica el comportamiento temporal con variables aleatorias exponenciales. Son isomorficas a las cadenas de Markov. Tienen mayor capacidad que la Teoría de Colas
  - Red de Petri Coloreada (CPN): A los testigo se le añade atributos que se denominan color. Permiten modelar sistemas concurrentes descritos mediante flujos de datos.

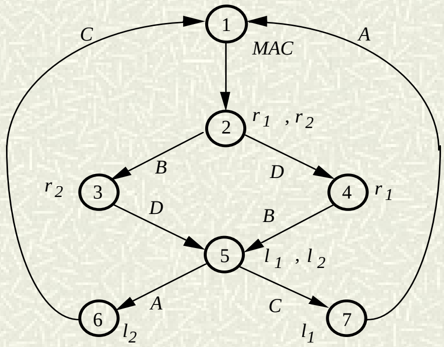
Notas:

Diagramas de estados

Los diagramas de estados es el método mas usado para analizar sistemas dinámicos.



Autómatas:
Al pulsar M ambos carros se desplazan a la derecha. El regreso lo hacen simultáneamente cuando ambos carros se encuentren en el extremo derecho.



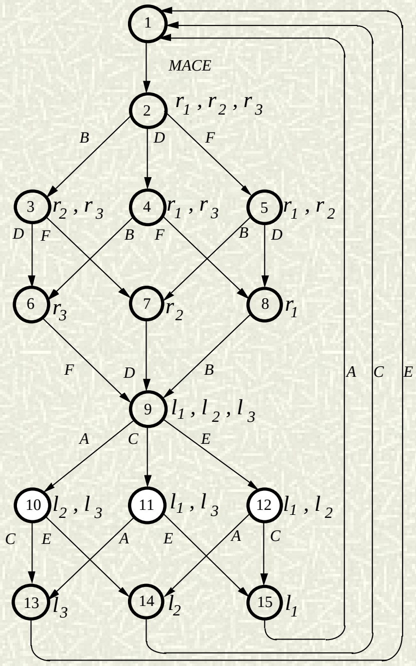
Notas:

Diagramas de estados y sistemas concurrentes

El espacios de estados se hace muy complejo cuando se tratan sistemas concurrentes.

- Para N carros: 2^{N+1}-1 estados
- Son pocos flexibles, Cambios de la especificación implica cambios drásticos del modelo

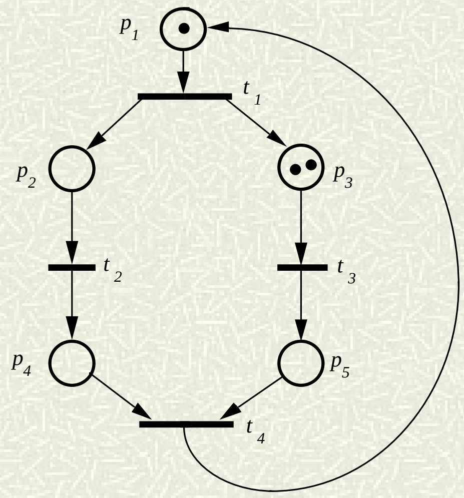
Se requieren otros métodos formales, por ejemplo Redes de Petri



Notas:

Redes de Petri

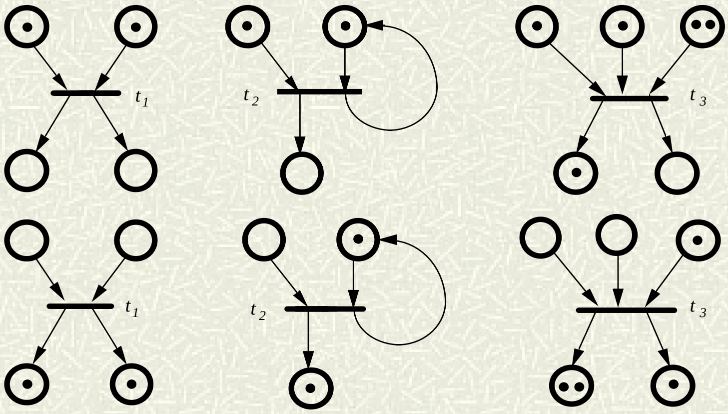
- Una red de Petri (RdP) es un grafo orientado con dos clases de nodos: **lugares** (circunferencias) y **transiciones** (barras). Los arcos unen un lugar con una transición o viceversa.
- Un lugar pude contener un número positivo o nulo de **marcas**. Distribución de marcas en los lugares, **marcado** → estado de la RdP.
- Se asocian entradas y salidas a lugares y transiciones p.e.:
  - salida → lugar marcado
  - entrada → transición



Notas:

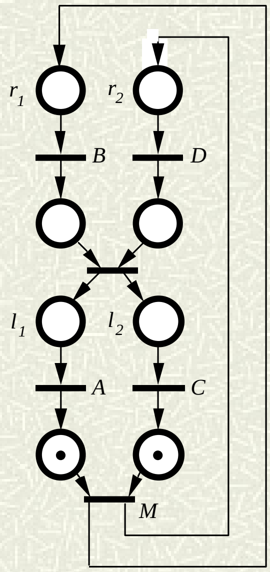
Evolución de una RdP

- Una transición está sensibilizada si todos sus lugares de entrada están marcados
- Transición sensibilizada => puede disparar
- Disparo => evolución del estado: Retirada de una marca de cada lugar de entrada, depósito de una marca en cada lugar de salida

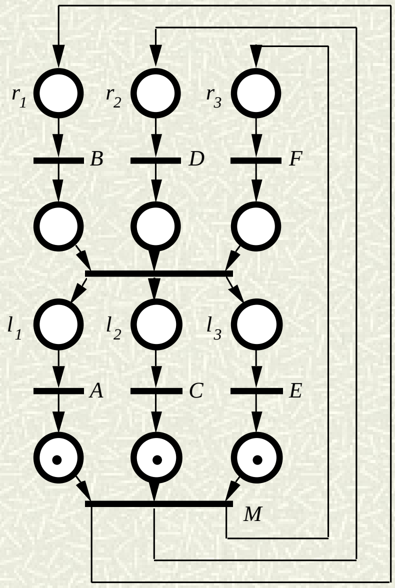


Notas:

Modelos de los problemas de carros



2 carros



3 carros

Notas:

Formalización de las RdP

- ***Red de Petri (RdP)**: es una cuádrupla $R = \{P, T, \alpha, \beta\}$ tal que*
  - *P es un conjunto finito y no vacío de lugares*
  - *T es un conjunto finito y no vacío de transiciones*
  - $P \cap T = \emptyset$
  - $\alpha: P \times T \rightarrow N$ *es la función de incidencia previa*
  - $\beta: T \times P \rightarrow N$ *es la función de incidencia posterior*

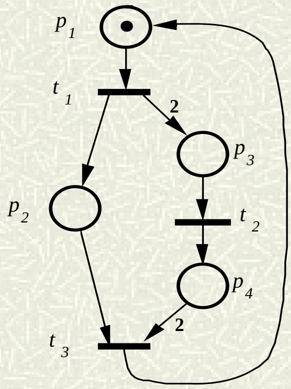
- ***RdP marcada**: es un par $\{R, M_o\}$, donde R es una RdP y M_o es un marcado inicial.*

  Marcado actual: $M=\{m_1, m_2, m_3, ..., m_n\}$

  Marcado inicial: $M_o=\{m_{o1}, m_{o2}, m_{o3}, ..., m_{on}\}$

Notas:

- Representación gráfica
  - Arco de p_i a t_j ⇔ $\alpha(p_i,t_j) \neq 0$
  - Arco de t_k a p_i ⇔ $\beta(t_k,p_i) \neq 0$
  - Arcos etiquetados con un peso = $\alpha(p_i,t_j)$ ó $\beta(t_k,p_i)$

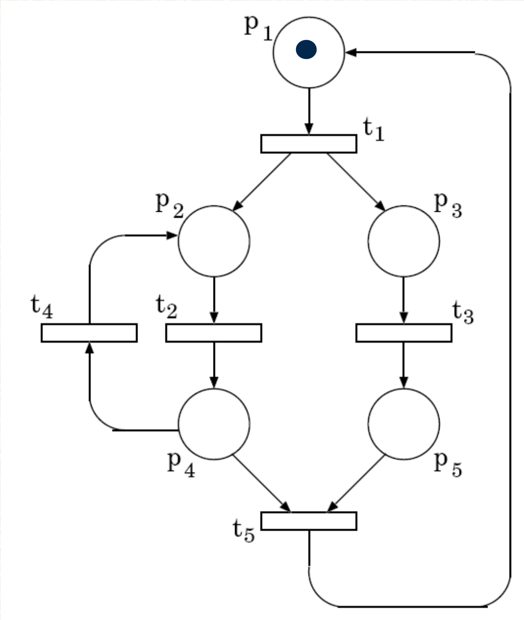


- Representación matricial
  - Matriz de incidencia previa: $C^- = [c_{ij}^-]$ donde $c_{ij}^- = \alpha(p_i,t_j)$
  - Matriz de incidencia posterior: $C^+ = [c_{ij}^+]$ donde $c_{ij}^+ = \beta(t_j,p_i)$
  - Matriz de incidencia: $C = C^+ - C^-$

$$C = \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Notas:

Representación matricial de una red de Petri



C^+
Matriz incidencia posterior

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C^-
Matriz incidencia previa

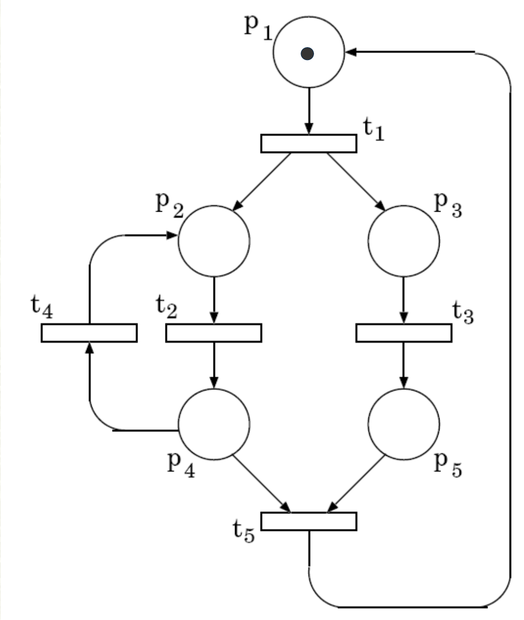
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$C=C^+-C^-$
Matriz incidencia

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Notas:

Cálculo de la evolución con RdP



$$M_{i+1} = M_i + CU$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ Se dispara t1

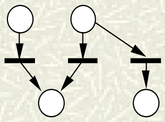
$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Notas:

Clasificación de RdP

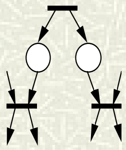
• RdP ordinaria: sus funciones de incidencia sólo pueden tomar los valores 0 y 1:

$$\alpha(p,t) \in \{0,1\}, \;\; \beta(t,p) \in \{0,1\}$$



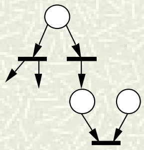
Grafo de Estados (GE): $\forall t \in T \;\; |\bullet t| = 1$ y $|t\bullet| = 1$

Toda transición tiene una unica plaza de entrada y una única plaza de salida



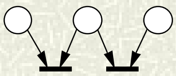
Grafo Marcado (GM): $\forall p \in P \;\; |\bullet p| = 1$ y $|p\bullet| = 1$

Todo lugar tiene como máximo una transición de entrada y una transición de salida



RdP Libre Elección (RLE): $\forall p \in P, |p\bullet| > 1 \Rightarrow \forall t_k \in p\bullet, |\bullet t_k| = 1$

Si ti y tj tienen una plaza de entrada común, esta es la única plaza de ambas transiciones.



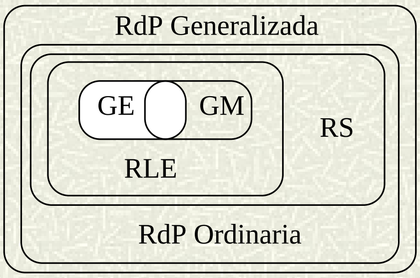
RdP Simple (RS):

Cualquier transición tiene como máximo una única plaza de entrada compartida con otras transiciones.

Notas:

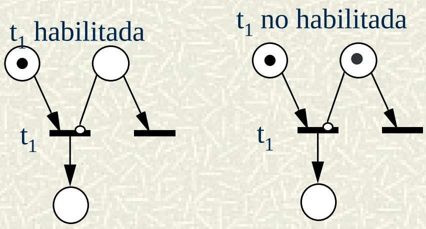
Clasificación RdP

RdP generalizada (RdPG)*: las funciones de incidencia pueden tomar valores en todos los números naturales => arcos con peso*



RdP binaria: M(p) ≤ 1 ∀p ∈ P

RdP con arcos inhibidores:

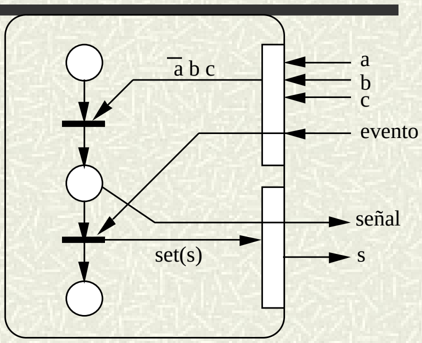


Notas:

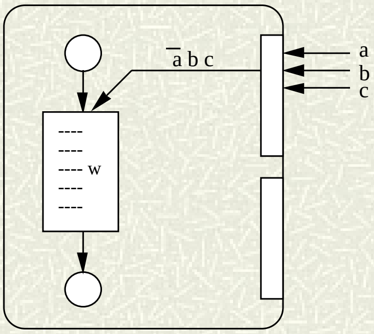
Modelo de representación

Entradas:
(eventos discretos, condiciones lógicas externas),
Salidas: (eventos discretos, salidas a nivel),
Código asociado a las transiciones.

Acc. impulsionales asociadas a transiciones
=> disparo instantáneo



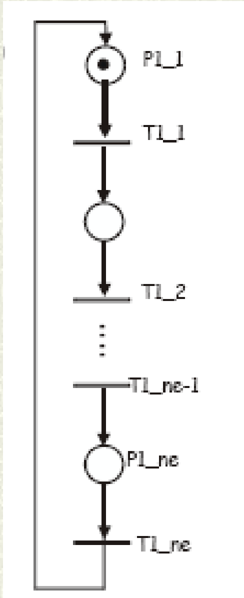
Código/actividades en transiciones
=> disparo no instantáneo



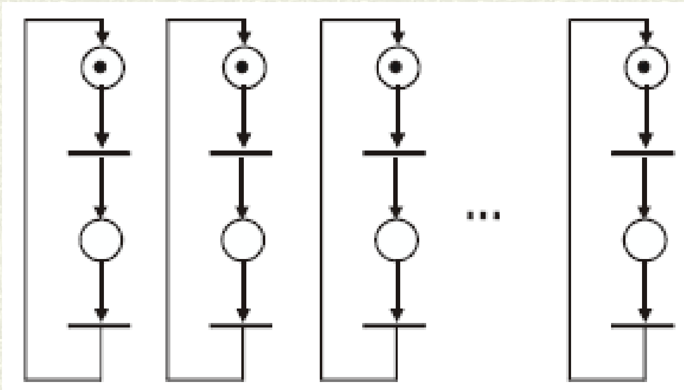
Notas:

Modos fundamentales

Ejecución secuencial

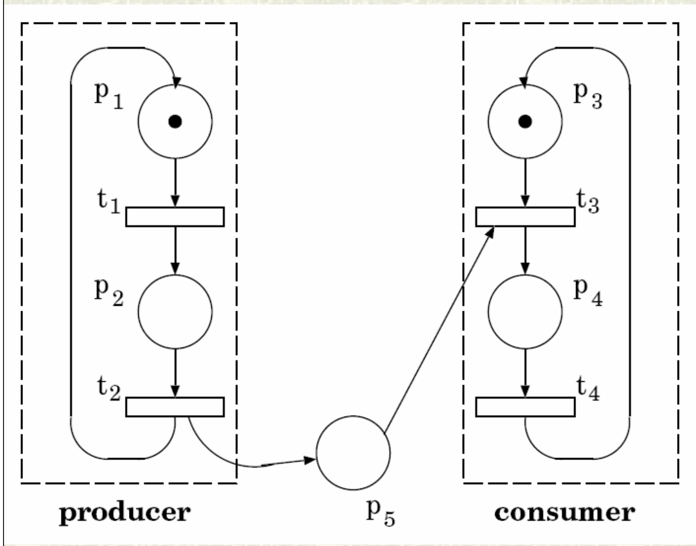


Ejecución concurrente



Notas:

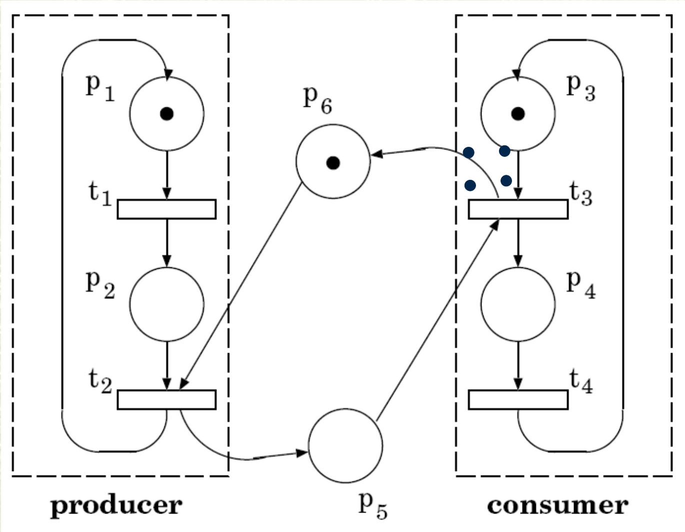
Modelo de Productor-Consumidor



P_1: Dispuesto a producir
T_1: Produce elemento
P_2: Dispuesto a entregar
T_2: Entrega elemento
P_3: Dispuesto a recibir
T_3: Recibe elemento
P_4: Dispuesto a consumir
T_4: Consume elemento
P_5: Buffer

Notas:

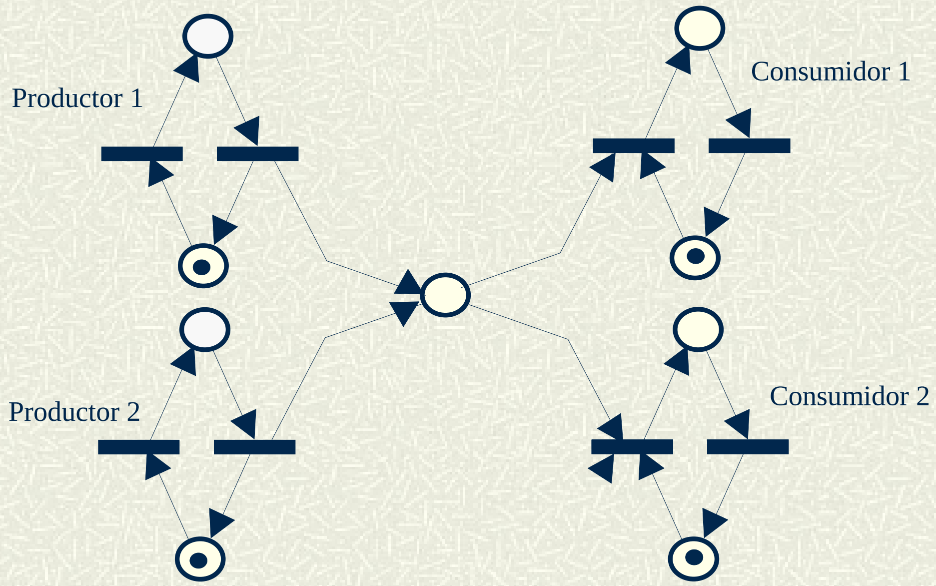
Modelo Productor-Consumidor con buffer limitado



P_1: Dispuesto a producir
T_1: Produce elemento
P_2: Dispuesto a entregar
T_2: Entrega elemento
P_3: Dispuesto a recibir
T_3: Recibe elemento
P_4: Dispuesto a consumir
T_4: Consume elemento
P_5: Elementos transferidos
P_6: Huecos disponibles

Notas:

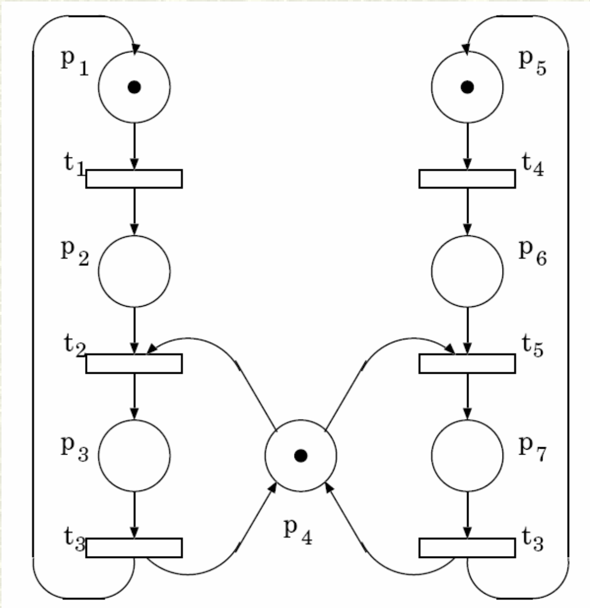
Modelo Productor-Consumidor: 2 prod.x2 cons.



Procodis’08: V.1- Descripción por redes de Petri José M.Drake 18

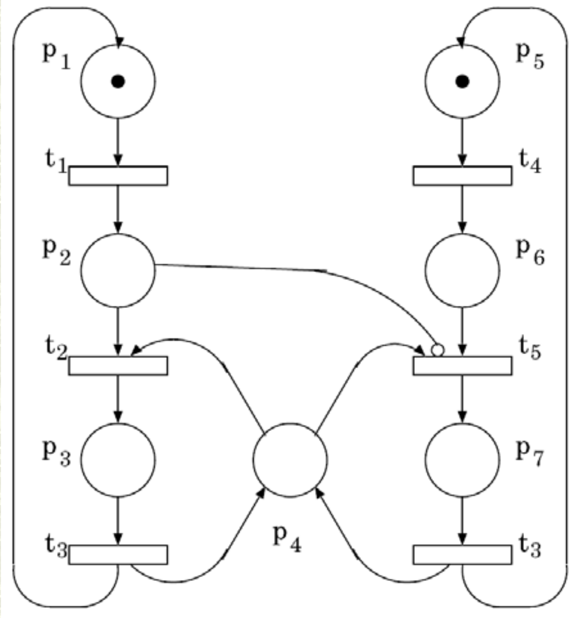
Notas:

Exclusión mútua



Notas:

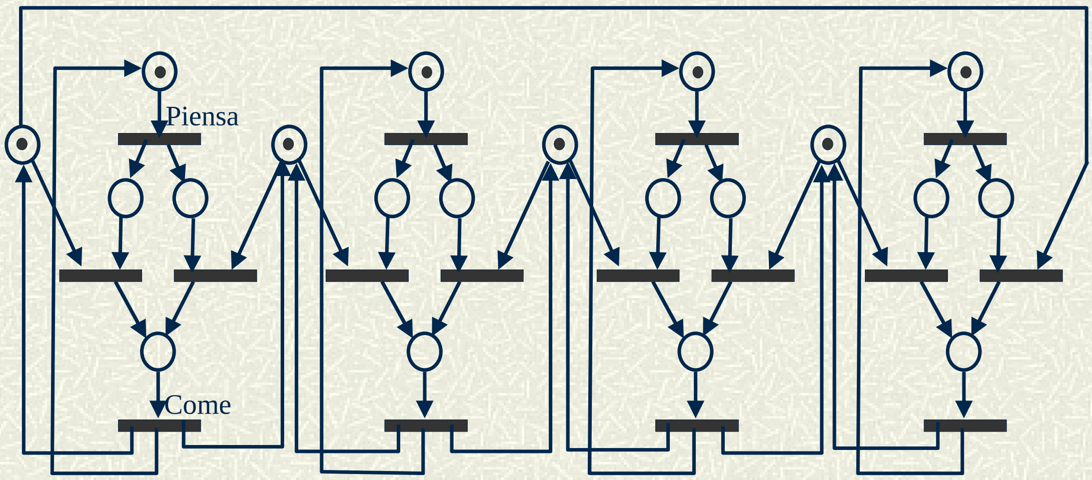
Exclusión mutua con prioridad



Procodis'08: V.1- Descripción por redes de Petri José M.Drake 20

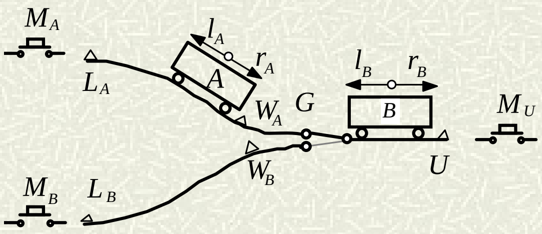
Notas:

Filósofos chinos



Notas:

Ejemplo modelado: Carros con vía común



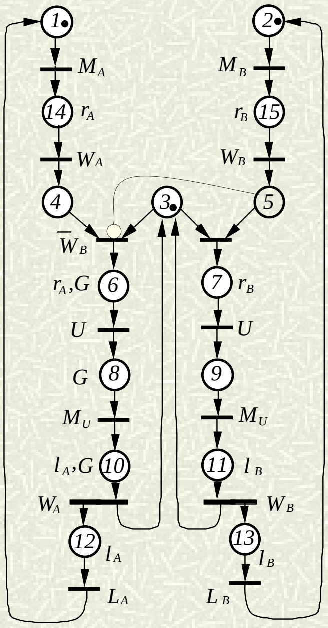
Dos carros A y B transportan cierto material desde los puntos de carga LA y LB, respectivamente, hasta el punto de descarga D. Los diferentes movimientos son controlados mediante las señales lA, lB, rA, rB. Si A está en LA y el pulsador MA está oprimido, comienza un ciclo LA-U-LA:

- Espera eventual en WA hasta que la zona común a los dos carros esté libre, con el fin de evitar colisiones;
- Espera obligatoria en U hasta MU (pulsador de fin de descarga).

El carro B tiene un funcionamiento similar pero, en caso de demanda simultánea de la vía común, B es prioritario. El recorrido WA-U o WB-U se establece por un cambio de agujas controlado por la acción G.

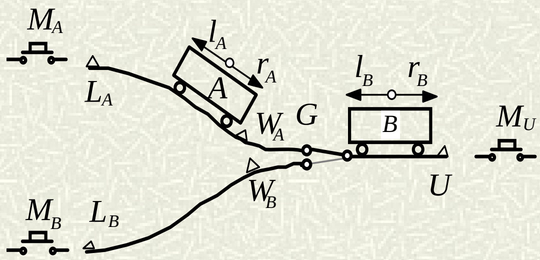
Notas:

RdP: Carros con vía común



Transiciones => entradas de sensores

Lugares => señales de salida



Procodis'08: V.1- Descripción por redes de Petri José M.Drake 23

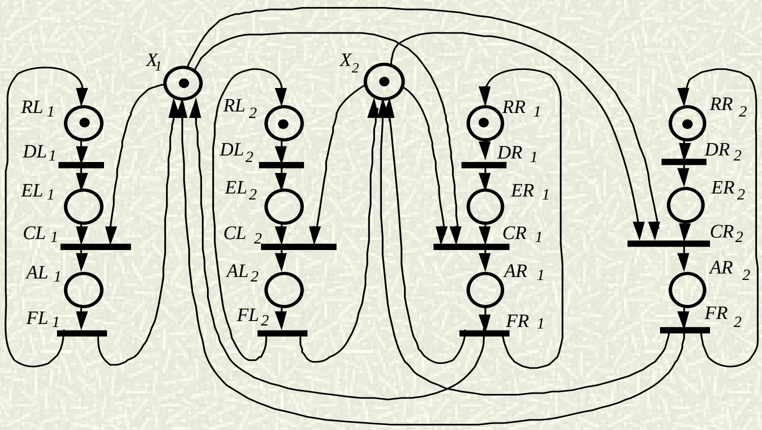
Notas:

Ejemplo modelo: Lectores y escritores

- Dos conjuntos de usuarios (lectores y redactores) tienen que coordinarse para acceder a unos datos comunes:
  - los lectores sólo inspeccionan, y por lo tanto pueden acceder simultáneamente a los datos
  - los redactores actualizan los datos y su trabajo debe estar en exclusión mutua con el resto de usuarios
- Cada usuario puede estar en uno de los siguientes estados: activo, espera y reposo.

Notas:

RdP: Modelo de lectores y escritores (2L y 2E)



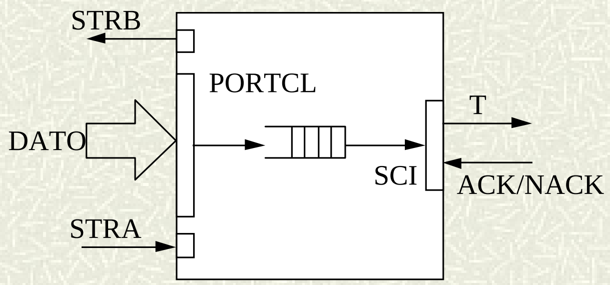
1ª letra:	R = reposo	2ª letra:	Li = i-ésimo lector
	E = espera		Rj = j-ésimo redactor
	A = activo		
	D = demanda de recurso		
	C = comienzo operación		
	F = fin de operación		

Notas:

Ejemplo Modelo: Transmisión datos

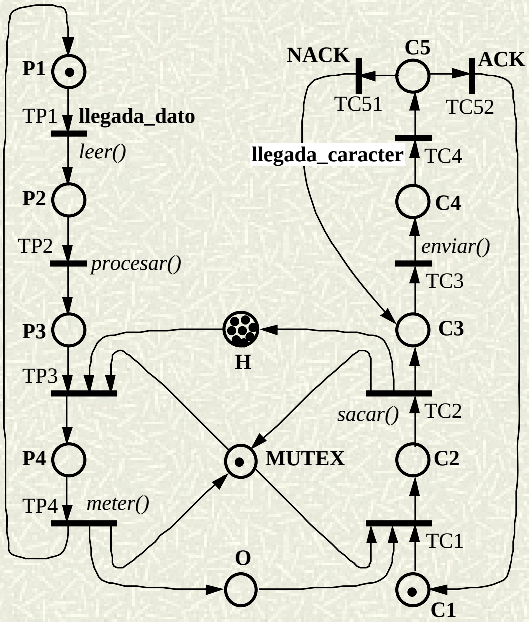
Se desea diseñar un sistema de transmisión de datos con las siguientes características:

- El sistema recibe datos (8 bits) de un puerto paralelo (p.e. PORTCL del 68HC11 con handshake)
- Cada dato es procesado e introducido en un buffer con capacidad para 8 datos
- Los datos son sacados del buffer con política FIFO y enviados por línea serie (SCI) mediante un sencillo protocolo con reenvío



Notas:

RdP: Transmisión datos



Notas:

Ecuación de estado

- ***Transición sensibilizada:*** *Una transición $t \in T$ está sensibilizada por el marcado M $\Leftrightarrow$ cada uno de sus lugares de entrada posee al menos $\alpha(p,t)$ marcas. Es decir, se exige que $\forall p \in {}^{\bullet}t\ \ M(p) \geq \alpha(p,t)$.*
- ***Disparo de un transición:*** *Disparar una transición sensibilizada es la operación que consiste en eliminar $\alpha(p,t)$ marcas de cada lugar de entrada y añadir $\beta(t,p)$ marcas a cada lugar de salida. Es decir al disparar t se obtiene:*

$$M_j(p) = M_i(p) + \beta(t,p) - \alpha(p,t) \forall p \in P$$

  - *y se representa* $M_i]t > M_j$

- Secuencia de disparos:

$$M_0]t_i > M_1]t_j > M_2 ...]t_r > M_q$$
$$\sigma = t_i t_j ... t_r \rightarrow M_0]\sigma > M_q$$

- Vector característico de una secuencia

$$\overline{\sigma} \quad (\overline{\sigma}_i = n^{o}\ de\ apariciones\ de\ t_i\ en\ \sigma)$$

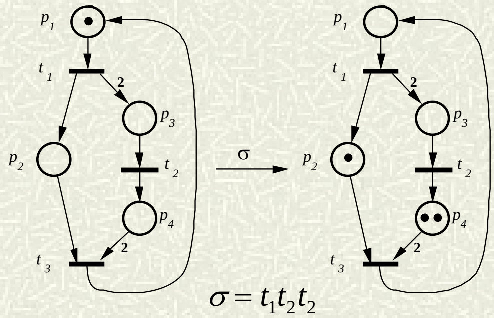
Notas:

Ecuación de estado

- $M_k \rightarrow$ marcado obtenido en el k-ésimo disparo
- $U_k \rightarrow$ vector cuyas componentes son nulas salvo la i-ésima si t_i es la transición disparada en k-ésimo lugar

$$U_k(i) = 1, U_k(j) = 0, \forall j \neq i$$

$$\boxed{\begin{aligned} M_k &= M_{k-1} + CU_k = \\ &= M_{k-2} + C(U_{k-1} + U_k) = \\ &= M_{k-3} + C(U_{k-2} + U_{k-1} + U_k) = \ldots = \\ &= M_0 + C\sum_{j=1}^{k} U_j = M_0 + C\overline{\sigma} \end{aligned}}$$



$$\sigma = t_1 t_2 t_2$$

$$\overline{\sigma} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Notas: